15　アインシュタインの重力の法則

15.1　からっぽの空間に対する方程式

ようやく重力の理論を記述する数学的準備が整ったということができます。私たちはここまでで，いわゆるリーマン幾何学の内容のうち，一般相対性理論に必要なアーカイブを手にしたということになるでしょうか。

さて，いよいよアインシュタインの重力場の方程式を当面の目標とする展開になるのですが，ディラックは本節でまず重力場以外に何も存在しない空間の法則を取り上げています。(15.1) は，物質・エネルギーの存在を意味する右辺が 0 ということで，重力場の方程式の特殊な場合ということになっています。その意味ではより基本的なのですが，

$$R_{\mu\nu} = 0$$

だけでは，アインシュタインの意図はつかみきれませんね。重力場を曲がった時空として記述するのだから，その方程式は基本テンソル $g_{\mu\nu}$ の微分方程式になるだろうことは推測できますが，なぜに左辺がリッチ・テンソルなのかの必然性について納得するためには，最終的な重力場の方程式を得る 25 節まで待たねばなりません。

今はひとまず (15.1) を黙認して，この見た目には単純で未完成の方程式（実は 10 個の 4 変数関数 $g_{\mu\nu}$ に関する非線形 2 階微分方程式という十分におぞましいものですが）から生み出される重要かつ豊富な果実を，先に味わっておこうというディラックの展開に従いましょう。

$g_{\mu\nu}$ をポテンシャルと見れば，$R_{\mu\nu} = 0$ は場の方程式に見えるとのことですが，ここで場の方程式とは例えばラプラスの方程式やダランベールの方程式

$$\triangle\phi = 0, \qquad \Box\phi = 0$$

をさすことになるでしょうか。いずれもポテンシャルの 2 階微分方程式です。