

22 調和座標

共変的なダランベールの方程式， $V = 0$ の V のところに x^λ を入れた条件式は，

$$\begin{aligned} x^\lambda &= g^{\mu\nu} (x^\lambda_{,\mu\nu} - \Gamma_{\mu\nu}^\alpha x^\lambda_{,\alpha}) \\ &= g^{\mu\nu} (g^\lambda_{\mu,\nu} - \Gamma_{\mu\nu}^\alpha g^\lambda_\alpha) \\ &= -g^{\mu\nu} \Gamma_{\mu\nu}^\lambda = 0 \end{aligned}$$

となります。これはダランベールの方程式が，平坦な時空における場合の

$$V = g^{\mu\nu} V_{,\mu\nu} = 0$$

と同じに書けるように「調和座標」なる特殊な座標系を選んだということにほかなりません。「曲がった空間においては直線座標にもっとも近いもの」とはそういう意味ですね。もちろん，微小領域についてのみ有効な局所慣性系とはまた異なるものです。