



コンデンサーのエネルギー

問 題 電圧 V_1 で電荷 Q_1 に充電されたコンデンサーをより高い電圧 V_2 で追加充電して電荷が Q_2 になったとする。電池が供給した仕事（電力量） ΔW はいくらか。

この問題の解答として、次のうちどれが正しいと思いますか？

- (1) 電圧 V で電荷 Q に充電されたコンデンサーのエネルギーは、 $U = QV/2$ だから、その差が電池の供給した仕事である。 $\Delta W = U_2 - U_1 = (Q_2V_2 - Q_1V_1)/2$
- (2) 電圧 V で電荷 Q に充電するのに必要な仕事（電力量）は、 $W = QV$ だから、その差が電池の供給した仕事である。 $\Delta W = W_2 - W_1 = Q_2V_2 - Q_1V_1$
- (3) 追加する電荷は、 $\Delta Q = Q_2 - Q_1$ だから、これを電位差 V_2 だけ引き上げる仕事を電池が供給する。したがって、 $\Delta W = \Delta QV_2 = (Q_2 - Q_1)V_2$

どれも正しいように思えて、迷いませんか？ この迷いを解くカギは、コンデンサーを充電する仕事（電池が供給するエネルギー） QV とコンデンサーに蓄えられるエネルギー $QV/2$ の差がどこからくるのかを理解することにあります。

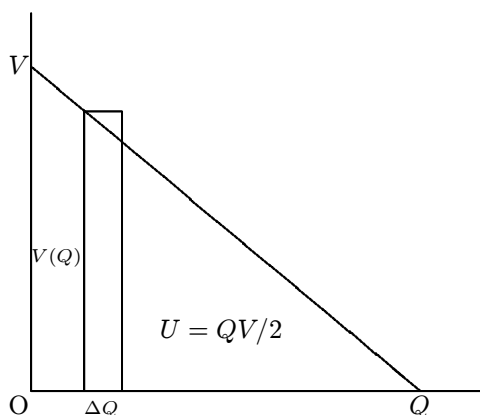
コンデンサーのエネルギー

コンデンサーに蓄えられるエネルギーが $QV/2$ であることは、コンデンサーの放電によるエネルギー放出を考えるとわかりやすいと思います。

はじめの電位差は V ですが、電荷の流出 ΔQ とともに電位差 $V(Q)$ は減少していきます。全放出エネルギーは、 $V(Q)\Delta Q$ の総和（積分）となり、右図の三角形の面積に相当します。したがって、コンデンサーに蓄えられるエネルギー U は、

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV$$

となります。



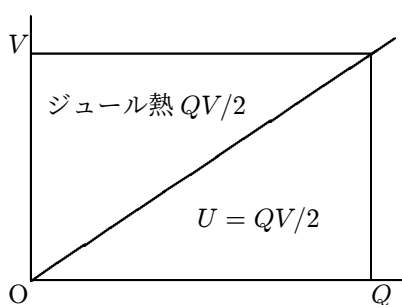
定電圧充電とジュール熱損失

次に一定の端子電圧 V をもつ電池により、コンデンサを電荷 Q に充電することを考えます。このとき電池が供給する仕事（電力量） W は、電荷 Q を電位差 V だけもちあげるのですから、 $W = QV$ になります。しかし、コンデンサーに蓄えられるエネルギーは前述のように $QV/2$ でしかありません。あと半分のエネルギーはどこにいったのでしょうか？ 結論からいえば Q がコンデンサーまで移動するときにジュール熱として失われたのです。

たとえば、充電のはじめにはコンデンサーは電位差 0 ですから、電荷の移動に要する仕事は 0 であるにもかかわらず、電池は電位差 V までもちあげてしまうのです。コンデンサーにおさまるまでに電荷は電位差 V をおこちて外部に仕事をします。真空中では電荷が加速されて運動エネルギーになるわけですが、電流で学習したように導体中ではその分がジュール熱として逃げることになります。

こうしてジュール熱の損失をともないながら電荷がコンデンサーに移動していくと、しだいにコンデンサーの電位差も増加し、電池との落差が小さくなるにしたがって電流も減少していき、コンデンサーが満充電されるころにはジュール熱による損失も 0 に収束するというわけです。

以上の量的な関係は、右図のようになります。

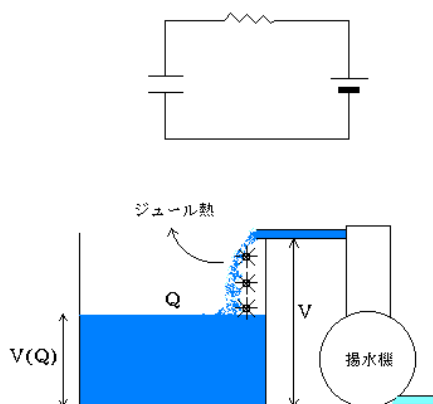


コンデンサーの貯水池モデル

電場を重力場、電位差を高さ、電流を水流にたとえることは理解を助けるよい類推になりますが、その線で行けばコンデンサーは貯水池ということになるのでしょうか。このモデルでコンデンサーのエネルギーを考えることは理解の一助となるかもしれません。

右図のように考えると、高さ V までもちあげられた電荷（水）はコンデンサー（貯水池）におこちておちつく過程でエネルギーを失います。満杯になったときコンデンサー（貯水池）に蓄えられた電荷（水）の電場による（重力による）位置エネルギーは半分の高さ $V/2$ （重心）に電荷 Q （水の質量）を集中させたのと同等になるわけです。

電圧を徐々に上げながら微小な電流で充電すれば、ジュール熱による損失をおさえて電源の供給する仕事を $QV/2$ に近づけることができます。



以上のことが納得できれば、最初の問題は「考えすぎる」ことなく正答が得られるのではないかと思います。