



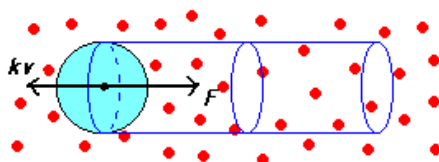
## 速さに比例する抵抗

速さに比例する抵抗力を受ける物体の運動に関連する内容が、教科書に二つ続けて出てきます。ひとつは電流の本質である導体中の自由電子の運動について、もうひとつは電子の電荷＝電気素量をみつけるミリカンの実験における油滴の運動についてです。ほかにもたとえば空気の抵抗を受けながら落下する物体についてもモデルとして使われます。その運動のようすを運動方程式から求めきるのは高校物理の範囲をこえるのですが、応用範囲の広い運動ですからいけるところまでいってみましょう。

### 抵抗力が速さに比例するという推測について

まず、速さに比例する抵抗力というモデルの妥当性ですが、液体や気体（流体といいます）の中をあまり速すぎない速度で運動する物体に関して、ほどよい一致が得られます。（飛行機やスカイダイビングなどの場合には  $v^2$  に比例するとした方がよく一致するそうです。）また、導体中の自由電子の場合にも導体の結晶をつくっている原子（陽イオン）にぶつかりながら動いていくという運動の性格から、速さに比例する抵抗というモデルが妥当であるように思えます。

なぜなら、いずれの場合もほぼ一様な密度で存在する原子・分子が物体のゆくてをはばんでおり、たとえ流体のように原子・分子がうごめいていても全体としての流れがなければその運動はでたらめですから、平均すれば単位時間に物体に



衝突する個数は物体の速さに比例することが推定できますね。原子・分子との衝突が抵抗をうみだすのですから、その抵抗力は衝突個数に比例し、したがって物体の速さに比例するというわけです。

### 抵抗を受ける物体の運動方程式

$k$  を比例定数として抵抗力を  $kv$  と書けば、物体の運動方程式は次のようになります。

$$m \frac{dv}{dt} = F - kv$$

上のような例では、 $F$  は重力であったり静電気力であったりしますが、いずれの場合も運動を通じて変わらないものとしましょう。

これを積分すれば速さや位置の変化を調べることができるのですが、高校数学の範囲をこえるので素直にあきらめましょう。でも、おおまかな運動のようすは推定できますよね？

## 抵抗を受ける運動のようす

初速度を 0 としましょう。 $v$  に比例するにせよ、または  $v^2$  に比例するにせよ  $v = 0$  ならば抵抗力は 0 ですから、動き始めは

$$m \frac{dv}{dt} = F$$

にしたがい、 $F$  が一定ならば等加速度運動ということになります。落下運動ならばその加速度は  $g$  です。しかし、間もなく速さを生じるとともに抵抗力がきいてきて、加速度がその分減少していきます。やがて抵抗力が  $F$  に近づくにつれて加速度は 0 に収束していくでしょう。するとじゅうぶん時間が経過した後は等速度運動におちつくはずです。このとき運動方程式は、 $F = kv$  ( $v^2$  に比例する場合  $F = kv^2$ ) によって

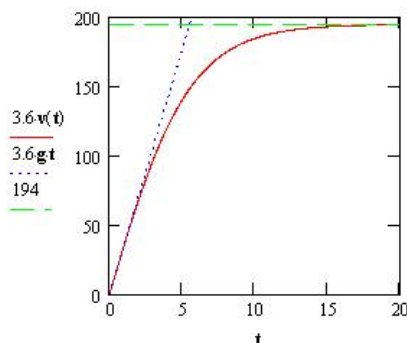
$$m \frac{dv}{dt} = 0$$

となり、 $v$  = 一定が得られるわけです。これを終端速度といいます。その値は

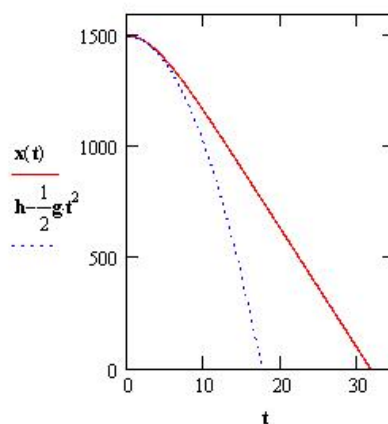
$$v = \frac{F}{k} \quad \left( v^2 \text{ に比例する場合は } v = \sqrt{\frac{F}{k}} \right)$$

で与えられます。

終端速度に達する時間は、スカイダイビングでは 10 秒ちょっとかかりますが、食用油に落とした水滴ではほんの一瞬、導体中の自由電子ではほとんど 0 秒でしょう。ちなみにスカイダイバーは、四肢を広げた姿勢では 400m ほど落下した後に終端速度約 200km/h に達するとのこと。



スカイダイビングの  $v$  [km/h] -  $t$  [s] グラフ  
(点線は抵抗がないとしたとき)



スカイダイビングの  $x$  [m] -  $t$  [s] グラフ  
(点線は抵抗がないとしたとき)

## 参考文献

V.D. パージャー, M.G. オルソン:「力学—新しい視点にたつて」戸田盛和, 田上由紀子共訳 (培風館, 1978)