coffee break

9

半減期の意味

放射性原子核が時間とともに放射線を出しながら崩壊する様子は，半減期 T を用いて次の式で表わされるということですが…

$$\frac{N}{N_0}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

どうしてこういうことになるのでしょう？　実はそのりくつは簡単なことで，放射性崩壊が「確率的」な過程であることからくるのです。

崩壊は「確率」が支配する

「確率的」というのは，ある原子核がいつ崩壊するかはまったく偶然のなせるわざで，いわば「デタラメ」におこるということです。そして，一定の時間内に崩壊する確率のみが核の種類によって定まっているということです。

したがって原子核の崩壊は，次の簡単なルールに従うと考えられます。すなわち，
ある時間内に崩壊する原子核の個数が

(1)　原子核の総数に比例すること

(2)　経過時間に比例すること

たとえば，放射性原子核の数が 2 倍あれば同じ時間内に崩壊する個数は 2 倍になるでしょうし，2 時間待てばその間の崩壊数は 1 時間の 2 倍になることはあたりまえのこととして納得できますね。

放射性原子核の個数を N，時間 Δt の間の個数の変化を ΔN として以上のルールを数式化すると，

$$\Delta N=-\lambda N\Delta t \qquad \text{または} \qquad \frac{\Delta N}{\Delta t}=-\lambda N$$

と書くことができます。ここで λ は単位時間に崩壊する割合と考えることができますが，原子核の種類によって決まる定数といえます。またマイナスは，$\lambda>0$ として個数が減少することを示します。

核数の時間変化

もとの原子核数の変化の割合（崩壊速度）を表わす上の式から核数の時間変化を知るには，積分を実行することになります。上の式は微分の記号を使えば，

$$\frac{dN}{dt}=-\lambda N$$

となるからです。

$-\lambda$ をのぞけば，関数 $N(t)$ は微分しても変わらない関数として有名な指数関数

$$\frac{d}{dt}(e^t) = e^t$$

を含むことがわかります。$-\lambda$ を考慮すれば，

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \qquad \text{または} \qquad \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

となります。* N_0 はもともと積分から生じた定数ですが，$t = 0$ を代入すればすぐにわかるように，はじめの放射性原子核の個数を表わしています。

半減期と λ の関係

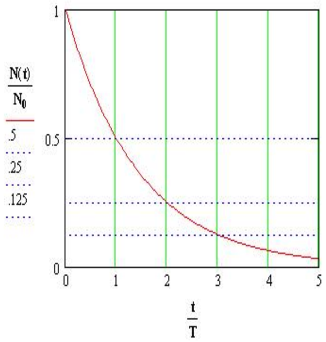
得られた式を半減期 T を用いた式と比較するのはむずかしくありません。

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = e^{-\lambda t}$$

となりますから，両辺の対数をとれば次の関係が得られます。

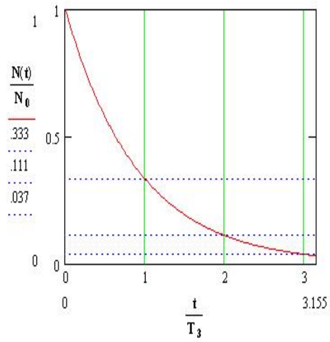
$$-\frac{t}{T}\log 2 = -\lambda t \qquad \text{ゆえに} \qquad \lambda = \frac{\log 2}{T}$$

「半減期」というのはわかりやすく 1/2 になる時間としただけで，たとえば「3 分の 1 減期」としてもそれが一定の時間になることは $T_{1/3} = \log 3/\lambda$ からわかります。



原子核の崩壊曲線

（時間目盛りは半減期）



原子核の崩壊曲線

（時間目盛りは 1/3 減期）

* **参考**

この積分は，何とか高校数学の範囲（数学III）で次のように解けます。

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \qquad \text{すなわち} \qquad \frac{1}{N}\frac{dN}{dt} = -\lambda$$

両辺を t で積分します。

$$\int \frac{1}{N}\frac{dN}{dt}dt = -\lambda t + C$$

したがって，

$$\log N = -\lambda t + C \qquad \text{または} \qquad N = N_0 e^{-\lambda t}$$

となります。ただし，C は積分定数であり，$N_0 = e^C$ とおきました。