

# 電場の重ね合せと近接作用について

高橋 善樹

福島県立会津高等学校, 965-0831 会津若松市表町 3-1

BXT02731@nifty.ne.jp, <http://homepage2.nifty.com/ysc/>

## 1 電荷の存在による電場のゆがみ

外部電場の中に電荷が存在するとき、その周囲の電場はゆがむ。ゆがんだ結果としての電場は、外部電場と電荷がつくる電場との重ね合せになる。電位を高低によって置き換えて、電場のゆがみを視覚化したものが図1である。点電荷による球対称の電場が、第2の電荷によって部分的にゆがめられている様子がわかる。また、それにともない、電位の最大勾配の方向すなわち電場の方向を連ねた電気力線も曲がることになる。(図2)

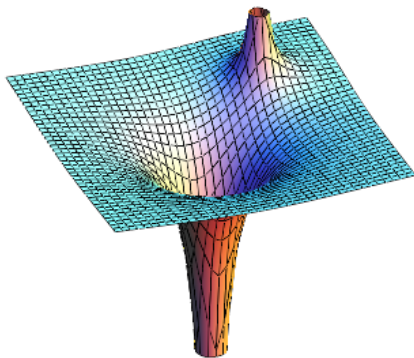


図1 テスト電荷による電場のゆがみ  
( $q/Q = -1/5$ 。電位を高低に置き換えている。)

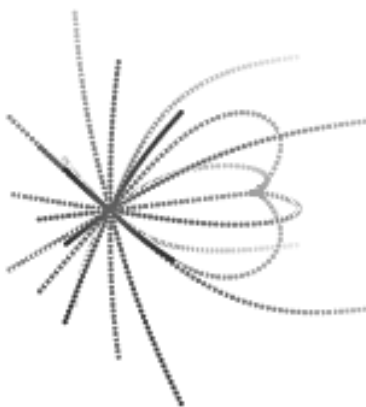


図2 テスト電荷による電気力線の曲がり  
( $q/Q = -1/5$ 。力線密度は電場の強さに比例していない。)

## 2 なぜ自己場を無視できるのか

電場が重ね合せになるといいながら、テスト電荷が電場から受ける電気力を評価する場合に、テスト電荷自身のつくる電場(自己場)を無視できるのはなぜなのか? それは電荷が単独で存在するときに、自己場から何ら力を受けないことからすればあたりまえだが、もってまわったいい方をすれば、電荷の位置における自己場の電位が極値をとり、したがってまたその勾配によって与えられる自己場の強さが0であるからといえる。

電荷の位置における自己場のポテンシャルエネルギーは、その電荷を形成する(ポテンシャル0の位置から反発力に抗して寄せ集める)のに必要な仕事を意味するが、これは電荷に固有の定数であるから、電荷の位置にかかわらず一定であり、したがって電荷自身が受ける電気力への寄与はないと解釈することができる。

ただし、正真正の点電荷においてはそれ自身の位置は電場の特異点となり、電位の絶対値が無限大に発散するため、数学的には自己場を評価することはできないというのが正しいと思われる。

## 3 マックスウェルの応力

ファラデー-マックスウェルの近接作用論の立場に立てば、電荷に電気力を作用する電場は、現実に存在する自己場を重ね合わせたものでなければならない。なぜなら、電気力線に近接作用の役割を持たせるモデルでは、力線の束(力管)に働く張力と圧力によって電場の形が決まり、テスト電荷が力線の端点になることによりはじめてその応力が電気力として伝わると考えるからである。<sup>[1]</sup>

この仮想的な張力や圧力を一般化したものがマックスウェルの応力テンソルと呼ばれるもので、相対論の発見とともに無用の長物として葬られた「エーテル」に対し、理論的な立脚点を与えたもののひとつといえるだろう。<sup>[2]</sup>

## 4 重ね合せと近接作用

マックスウェルの応力が電気力を表現しうることを，対称な正負の点電荷対という簡単な例で示そう（図3）。まず，応力を力管に対する電場方向の張力と側面が受ける圧力として評価すると，両者の大きさは等しく， $\frac{1}{2}\varepsilon E^2$  で与えられる。ここに  $\varepsilon$  は空間の誘電率， $E$  は電場の強さである。

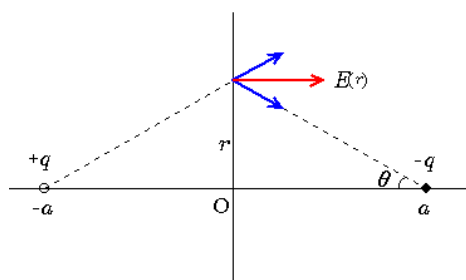


図3 正負等量の点電荷対

テスト電荷を内部に含む閉曲面を考えると，その表面全体について応力を積分したものが電荷が受ける電気力に等しいとすることができる。ここで，正負の点電荷の対称面をその一部とする閉曲面をとり，その大きさを十分大きくとれば，テスト電荷を端点とする力線はその全てが対称面を垂直に通ることになる（図4）。もちろん，対称面と逆の方向にのびる1本の力線を考えることができるが，この孤立した力線が力管を形成することはなく，無限遠の面を貫く点の力線密度は0（電場の強さが0）であるため，電気力への寄与はないとしてよい。すると，求める電気力は，対称面上における力管の張力をその全面積について積分したものに等しい。[3]

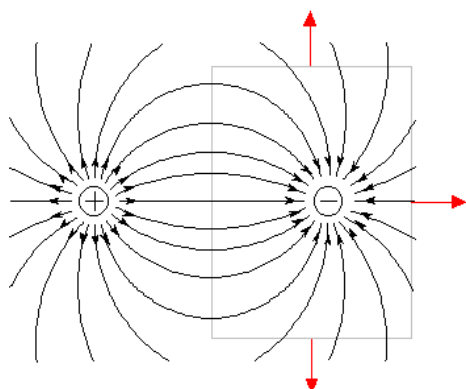


図4 対称面を含む閉曲面  
(矢印の方向に無限拡大する)

対称面上で原点から  $r$  の位置の電場の強さは，

$$\begin{aligned} E(r) &= \frac{1}{2\pi\varepsilon} \cdot \frac{q}{r^2 + a^2} \cos\theta \\ &= \frac{q}{2\pi\varepsilon} \cdot \frac{a}{(r^2 + a^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

となるが，これを用いて張力  $\frac{1}{2}\varepsilon E^2$  を積分すれば，次の結果を得る。

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2}\varepsilon \int_0^\infty E(r)^2 2\pi r dr \\ &= \frac{q^2 a^2}{4\pi\varepsilon} \int_0^\infty \frac{r}{(r^2 + a^2)^3} dr \\ &= \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q^2}{(2a)^2} \end{aligned}$$

以上の計算は，張力  $\frac{1}{2}\varepsilon E^2$  の積分によって電気力を得ることに対して，つじつまがあっていること以上の何も示してはいない。クーロンの法則によってクーロンの法則を導いているからである。

徹底した近接作用論にこだわるのなら，ガウスの法則とマックスウェルの応力によって電場の形を決定し，つまり張力と圧力を及ぼしあうことで決まる力線の配置を求めた上で，さらに電荷を囲む閉曲面上で応力を積分するという展開が要求される。このこだわりについては宿題にすることにしたい。

定量的には遠まわしな計算を余儀なくされるものの，自己場を無視することを許さない徹底した近接作用論の立場は，電場と電気力の概念を統一的に理解する上では，教育的な内容を含んでいると思われる。

## 参考文献

- [1] 金原寿郎：「電磁気学（ ）」  
（裳華房，基礎物理学選書 12A，1976）
- [2] 和田八三久：「電磁気学」  
（朝倉書店，基礎物理科学シリーズ 1，1974）
- [3] パノフスキー-フィリップス：  
「電磁気学（新版）上」  
（吉岡書店，物理学叢書，1972）

(2002.05.25)