

# 共振型振動数計の製作

福島県立喜多方工業高等学校 高橋 善樹

## 1. はじめに

共振の演示実験装置(写真1)を製作した際、板ばね振り子の固有振動数を一致させるのにかなり手間取った。ばね板の長さをほぼ一致させた後、ばねの固定位置やおもりの位置を微調整するのだが、振動数が接近してうなり共振がおこっても、振動数がどちら側にずれているのか判断できない。結局、マルチストロボを使用して、それぞれに同期させて振動数を測定するという方法をとらざるをえなかった。

振動数または周期の測定は、数Hzまでは直接振動回数のカウントが可能だし、また可聴振動数(数十Hz～)においてはCR発振器による音と同調させることができ、装置さえ準備できればさほど難しくない。しかし両方でカバーできない数Hz～数十Hzの低周波の測定は、手元で準備できる範囲ではマルチストロボ同期に頼るしかなさそうである。

以上のような困難を前にして、低周波領域の振動数測定をもっと手軽にできれば・・・と考えた。センサと電子回路によるカウンタも可能であろうが、ブラックボックスを増やすよりは、測定器自体が共振のよい演示教材になるという利点も考えて、共振型の振動数計を製作しようと思いついた。



写真1 金ノコ刃を板ばねとして利用した共振実験装置

## 2. ばね線振り子の理論的考察

共振子としては、楽器のチューニングに使われることもあるばね線振り子を選んだ。細いばね線を使えば、少ないエネルギー吸収で十分確認できる振幅が得られるだろうと考えたからである。ところで、ばね線振り子の長さとおもりの質量との関係はどうなっているのだろうか。それ自体への興味もあり、また振動数計の製作にも役立つと思い、考察してみることにした。

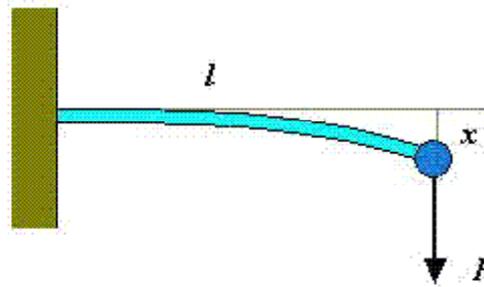
弾性体の理論によれば、一端を固定した半径 $r$ 、長さ $l$ の棒の他端に荷重 $F$ をかけた場合(図1)のたわみの量 $x$ は

$$x = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{3 \pi \cdot E \cdot r^4}$$

で表される。 $E$ は伸縮の弾性定数すなわちYoung率であり、断面積 $S$ の棒の伸びを $\Delta l$ として次の関係にある。

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

図1 一端を固定した棒の荷重によるたわみ



したがって、重力が無視でき、たわみが小さいときの運動方程式は、

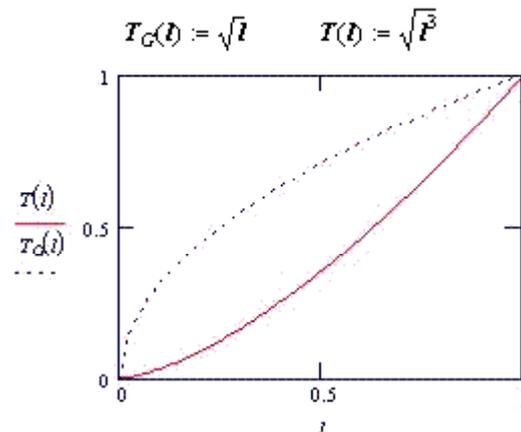
$$m \cdot x'' = -k \cdot x \quad k = \frac{3}{4} \pi \cdot E \cdot \frac{r^4}{l^3}$$

となり、微小振動の周期は、おもりの質量 $m$ と振り子の長さ $l$ に対して、

$$T(m, l) = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k}} = C \cdot \sqrt{m \cdot l^3}$$

という関数形をもつ。長さの平方根に比例する単振り子の周期と比較すると、図2のようになる。ただし、いずれも長さ1のとき周期が1になるとして、その変化を示した。

図2 単振り子とばね線振り子の長さとおもりの質量との関係

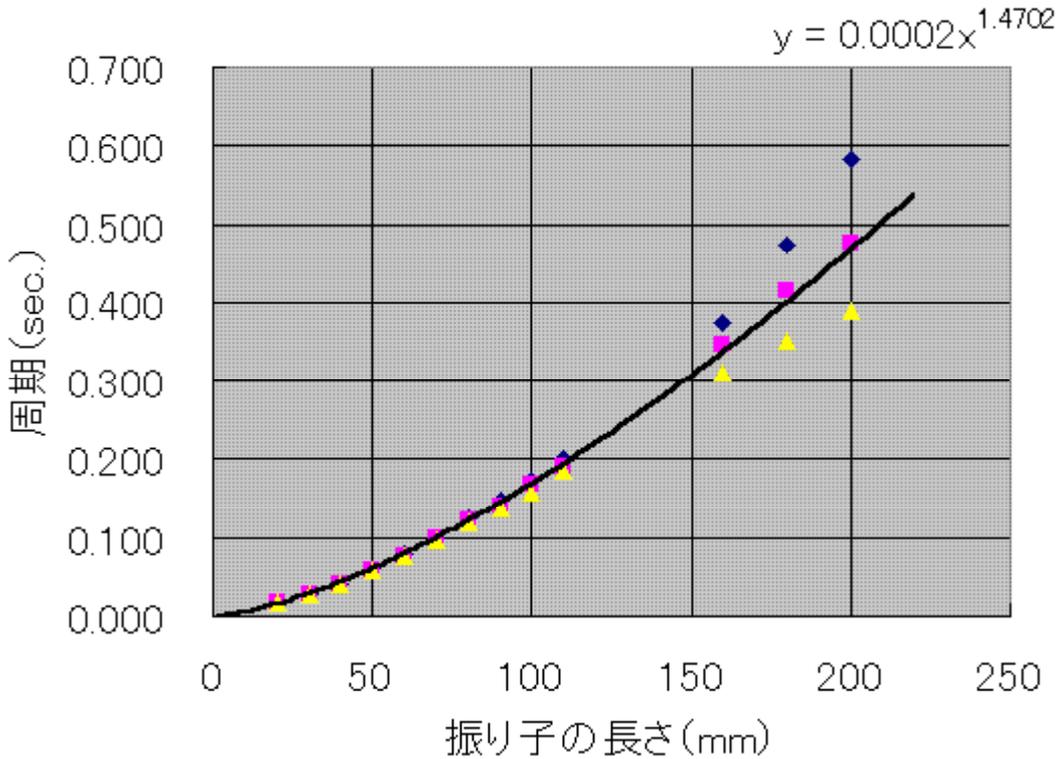


### 3. ばね線振り子の周期測定

直径 0.3mmのステンレスばね線にBB弾のおもりをつけた振り子で実験した結果を下に示す。長さ160mm以上は30秒間の振動回数をカウントし、また110mm以下はマルチストロボで同期させて測定した。

固定端に対しておもりを上にしたとき(◆)周期はわずかに長くなり、逆に下にしたとき(▲)短くなる。これは、重力の影響と考えてよいだろう。重力をほぼ無視できるのは、おもりから出るばね線が水平になるとき(■)である。この条件での測定値を累乗関数で近似すると、指数は1.47と理論上の1.5に対して満足すべき一致をみた。Microsoft Excelによるグラフを図3に示す。

図3 ばね線振り子の周期の長さに対する依存性



### 4. 標準ばね線振り子の試作

試作としてまず、10・20・30・40・50Hzの標準ばね線振り子をつくってみた(写真2)。前述した実験と同様に、0.3mmφのばね線にBB弾のおもりを使用して、5mm角のアクリル棒に固定した。調整しやすさを考えて、2mmφのイモネジで横から締め付けるようにした。

振動数調整は、まずマルチストロボで同期させて行なった。この振動数領域では、CR発振器が使えるので、試験として共振させてみたが、1Hz程度の一様なずれを生じた。どちらを信用していいのかわからなくなったが、反面、これから製作する共振振動数計がかなり精度のよいものとなる可能性を確信することができた。

参考として、予備実験の結果から予想される長さ-振動数関係を図4に示す。実際にはグラフより5mm程度長くなる。したがって、固定部分を含めて+15mm程度の余裕を持つばね線を切り出せば十分である。

図4 実験から予想される長さx(mm)と振動数f(Hz)の関係

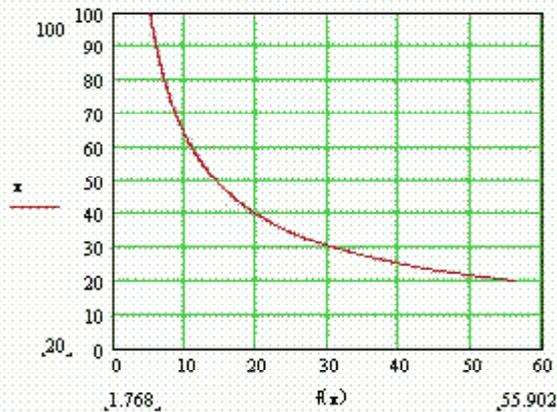


写真2 10~50Hz標準ばね線振り子



### 5. 実用共振計の製作

標準振り子の試作に自信を得て、振動数測定を目的とした実用的な共振計の製作にかかった。標準振り子の振動数間隔をさらに小さくすると、共振子を同様に並べるだけである。

まず、10~20Hzを1Hz単位で測定できるものをつくってみた。さすがに調整はかなりクリティカルになるが、長さの変化が図4のような曲線になるので、1本だけずれるとなめらかな曲線の形がくずれてすぐわかり、調整のヒントになる。(写真3)

写真3 共振計(左:10~20Hz, 右:20~40Hz)

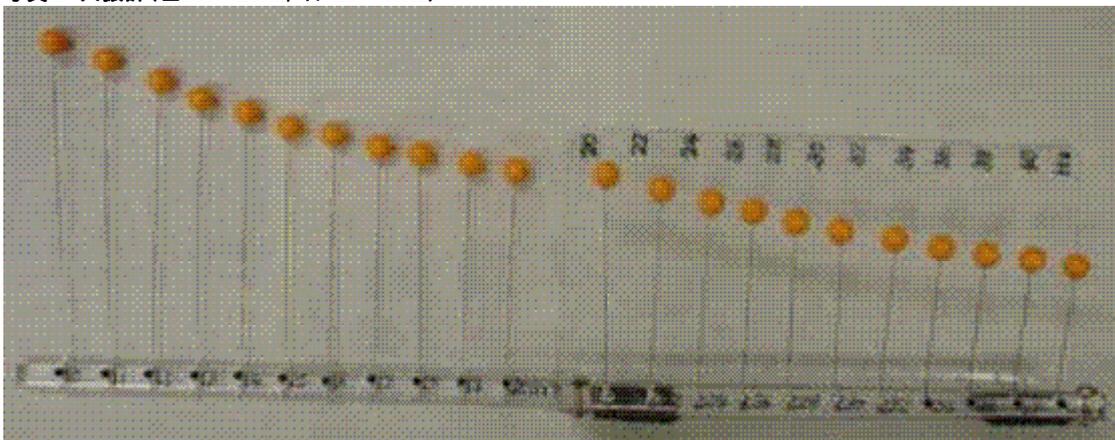
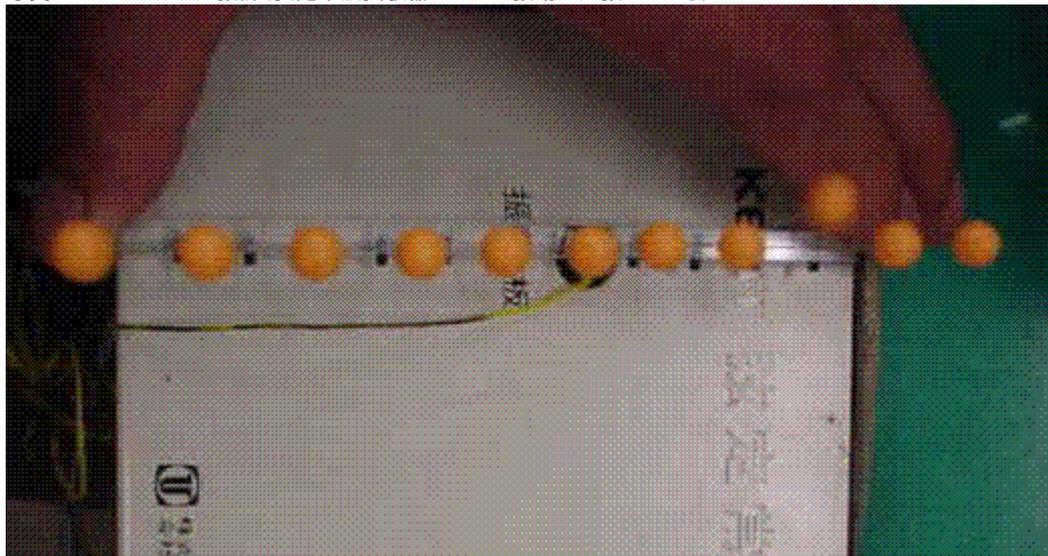


写真4 10~20Hz共振計(弦定常波実験器の18Hz振動に共振している)



CR発振器+弦定常波実験器でテストしたが、やはりマルチストロボ同期とは多少のずれが見られた(写真4)。こちらの方が調整はしやすいので、再調整を行なった。

スタンドに固定した板ばね振り子の固有振動数を測定してみた。14Hzをピークとして、 $\pm 2$ Hzほどにまたがった共振が見られた(写真5)。また、マルチストロボ同期では、13.2Hzという結果であった。

調整を慎重に行えば、誤差は何とか $\pm 1$ Hz程度にはおさまると思われる。

写真5 板ばね振り子の固有振動数を測定する  
(14Hz付近に共振のピークが現われている)



## 6. OHP投影による演示

CR発振器と弦定常波実験器を使って、共振の演示実験をすることを考えた。共振計はかなり小型なので、カメラでモニタに映すか、またはOHPを使って投影するのがよいだろう。ここでは、OHP投影による演示について述べておく。

演示する際、共振の方向がどちらに強く出るのが意外とやっかいな問題であることがわかった。例えば弦定常波実験器の振動片に接触させても、必ずしも振動片の振動方向に一致するとは限らない。共振計がアクリル棒への横一列配置であることも関係しているようである。すなわち、アクリル棒が該当の振動数領域に対しては横振動(横波)を生じやすいせいか、共振子の配列方向に垂直な振動の方がよく見られる(写真4・5)。しかし、常にそうなるとは限らず、入力に対する結合の具合によっては共振子の配列方向に共振することもある(写真6・7)。

OHPで投影するには、2方向とも見せられればいいが、一方を選択するならば、後者の方がわかりやすいと思われる(ただし、共振幅が大きすぎると今回製作したサイズでは隣同士ぶつかることがある)。

結果的に、試行錯誤的な調整を要することにはなるが、CR発振器のつまみを回していくに従って、次々と共振が移りゆく様子を見ることができて、固有振動数と共振の理解に一役買ってくれるものと期待できる。

写真6 OHP投影による演示

(20~40Hz共振計による予備実験で28Hzに共振中)



写真7 弦定常波実験器にマジックテープで固定した共振計

